

allg. Koordinaten der Punkte $A_n(x | -0,125x^2 - 1)$

Aufgabe A4

4.0 Die Punkte A_n liegen auf der Parabel p mit der Gleichung $p: y = -0,125x^2 - 1$ und bilden zusammen mit den Punkten $B(4|0)$, C_n und $D(-2|2)$ Parallelogramme A_nBC_nD .

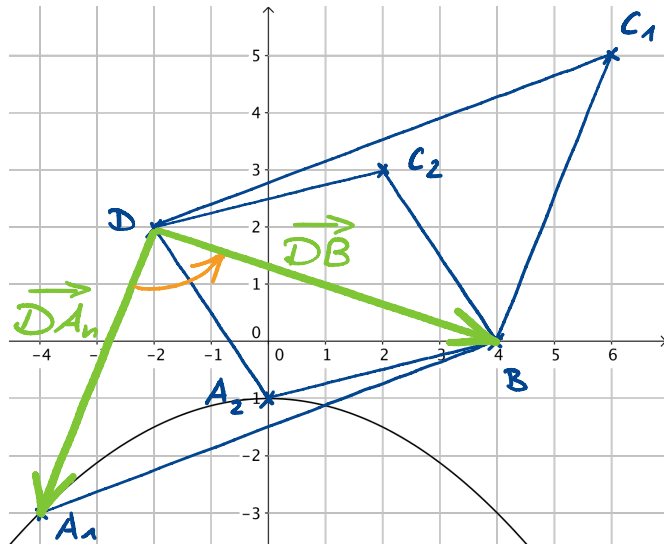
4.1 Zeichnen Sie die Parallelogramme A_1BC_1D für $x = -4$ und A_2BC_2D für $x = 0$ in das Koordinatensystem ein.

Hinweis: Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht.

4.2 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Parallelogramme A_nBC_nD in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$$A(x) = [0,75x^2 - 2x + 14] \text{ FE}$$

"Spitze - Fuß"



$$\vec{DB} = \begin{pmatrix} 4 - (-2) \\ 0 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DA_n} = \begin{pmatrix} x - (-2) \\ -0,125x^2 - 1 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2 \\ -0,125x^2 - 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} x+2 & 6 \\ -0,125x^2-3 & -2 \end{vmatrix} \text{ FE} = [-2 \cdot (x+2) - 6 \cdot (-0,125x^2-3)] \text{ FE}$$

$$= [-2x - 4 + 0,75x^2 + 18] \text{ FE} = \underline{\underline{[0,75x^2 - 2x + 14] \text{ FE}}}$$

4.3 Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms A_1BC_1D für $x = -4$.

$$A(4) = [0,75 \cdot (-4)^2 - 2 \cdot (-4) + 14] \text{ FE} = \underline{\underline{34 \text{ FE}}}$$

4.4 Unter den Parallelogrammen A_nBC_nD besitzt das Parallelogramm A_0BC_0D einen extremalen Flächeninhalt. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms A_0BC_0D und den zugehörigen Wert für x durch quadratisches Ergänzen.

$$A(x) = 0,75x^2 - 2x + 14$$

$$= 0,75 \cdot \left[x^2 - \frac{8}{3}x + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{56}{3} \right]$$

$$= 0,75 \cdot \left(x - \frac{4}{3} \right)^2 + \frac{38}{3}$$

$$\underline{\underline{A_{\min} = 12,67 \text{ FE}}} \quad \text{für} \quad \underline{\underline{x = 1,33}}$$

Lösungen

Zusatz:

Unter den Parallelogrammen A_nBC_nD existieren zwei Parallelogramme mit einem Flächeninhalt von 18 FE. Berechnen Sie die jeweilige Abszisse x der Punkte A_3 und A_4 .

Zusatz:

$$0,75x^2 - 2x + 14 = 18 \quad | -18$$

$$0,75x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$a = 0,75$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$b = -2$$

$$= (-2)^2 - 4 \cdot 0,75 \cdot (-4)$$

$$c = -4$$

$$= 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 4}{2 \cdot 0,75}$$

$$\underline{\underline{x_1 = -1,33}}$$

$$\underline{\underline{x_2 = 4}}$$